1.

a) $Z^* = 42{,}5;\ x_1 = 12{,}5;\ x_2 = 2{,}5;\ x_3 = 27{,}5;\ x_4 = 0;\ x_5 = 17{,}5;\ x_6 = x_7 = x_8 = 0.$
A empresa deve constituir o stock máximo de 42,5Kg (Z^*) do componente, abastecendo-se com: 12,5Kg de **F1** (x_1), 2,5 Kg de **F2** (x_2) e 27,5 Kg de **F3** (x_3) e sem recorrer a **F4** ($x_4 = 0$). O stock mínimo imposto é excedido em 17,5Kg (x_5). A verba disponibilizada bem como a capacidade de transporte para os fornecedores **F1** e **F3** são esgotadas ($x_6 = x_7 = 0$). Os fornecedores **F1** e **F2** abastecem a quantidade máxima ($x_8 = 0$).

b) Dual:

$$\text{Min } W = 25\,y_1 + 100\,y_2 + 40\,y_3 + 15y_4$$

$$\text{s.a:}\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq 1 \\ y_1 + 2y_2 + y_4 \geq 1 \\ y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1 \\ y_1 + 4y_2 \geq 1 \\ y_1 \leq 0,\ y_2,\ y_3,\ y_4 \geq 0 \end{cases}$$

$W^* = Z^* = 42{,}5;$ Solver: $y_4 = 0{,}5.$
Desvios Complementares:

$$\begin{cases} x_1 > 0 \Rightarrow y_5 = 0 \\ x_2 > 0 \Rightarrow y_6 = 0 \\ x_3 > 0 \Rightarrow y_7 = 0 \\ x_5 > 0 \Rightarrow y_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = 1/4 \\ y_3 = 1/4 \\ y_4 = 1/2 \end{cases}$$

c) $y_4 = 1/2$ mantém-se válido enquanto $b_4 \in [15-5; 15+55] \Leftrightarrow b_4 \in [10; 70]$ e, para valores de b_4 neste intervalo, representa o aumento (diminuição) no stock a constituir por cada Kg a mais (a menos) que os fornecedores **F1** e **F2** entreguem.

d) $\Delta b_4 = 11 - 15 = -4 \in [-5;\ 55] \Longrightarrow \Delta Z = y_4.\Delta b_4 = 0{,}5\times(-4) = -2$. R: O stock diminui 2 Kg.

e) Nova restrição: $x_2 + x_4 \leq 10$. Substituindo: $x_2 + x_4 = 2{,}5 + 0 < 10$. R: A atual SO verifica a restrição, logo a SO e o valor ótimo mantêm-se.

f) Variáveis binárias: $w_k = 1$ se for selecionado o fornecedor **Fk** ($k = 1{,}2{,}3{,}4$), $w_k = 0$, c.c.; M constante suficientemente grande. Alterações ao modelo (novas restrições):

$$\begin{cases} w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \leq 2 \\ w_1 \leq w_3 \\ x_k \leq M w_k \quad k = 1{,}2{,}3{,}4 \\ w_k \in \{0{,}1\} \quad k = 1{,}2{,}3{,}4 \end{cases}$$

2.

a) Problema de afetação equilibrado, pretendendo-se afetar 4 zonas a 4 funcionários, minimizando a distância total.

b) $x_{ij} = 1$ se a zona **Zi** é afeta ao funcionário **Fj** (i,j=1,2,3,4), $x_{ij} = 0$ c.c.

$$\text{Min } Z = 2x_{11} + 3x_{12} + 3x_{13} + x_{14} + x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} + 3x_{24} + 9x_{31} + 4x_{32} + x_{33} + 6x_{34} + x_{41} + 2x_{42} + 5x_{43} + x_{44}$$

$$\text{s.a:}\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 1 \quad j = 1{,}2{,}3{,}4 \\ \sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 1 \quad i = 1{,}2{,}3{,}4 \\ x_{ij} \geq 0, \quad i,j = 1{,}2{,}3{,}4 \end{cases}$$

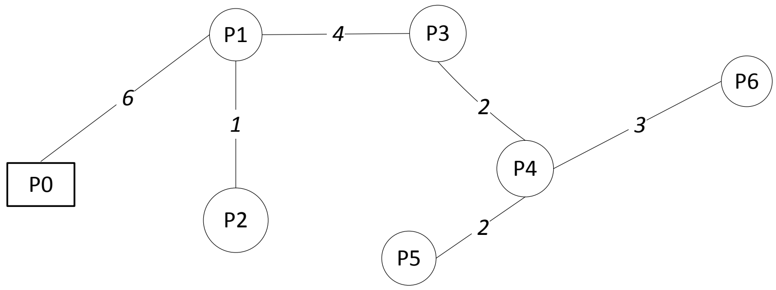
3.

a) Problema da árvore geradora mínima.

b) Algoritmo de Prim

Iteração	Nodo ∈ árvore	Nodo ∉ árvore + perto	Comprimento	Comprimento Mínimo	Ligação a incluir na árvore
1	P0	P1	6	6	(P0,P1)
2	P0	P3	7		
	P1	P2	1	1	(P1, P2)
3	P0	P3	7		
	P1	P3	4	4	(P1,P3)
	P2	P5	5		
4	P0	P4	7		
	P1	-	-		
	P2	P5	5		
	P3	P4	2	2	(P3, P4)
5	P0	P5	8		
	P2	P5	5		
	P3	P6	5		
	P4	P5	2	2	(P4,P5)
6	P0	P6	8		
	P2	-	-		
	P3	P6	5		
	P4	P6	3	3	(P4, P6)
	P5	P6	4		

Solução: comprimento total = 18



c) O responsável deve implementar a solução de **b)** pois é a que minimiza o comprimento total. Não assegura o comprimento mínimo entre dois quaisquer vértices, como é o caso da ligação entre P0 e P5 que passa a ser feita por tapetes de comprimento superior a 8 (igual a 14), mas assegura que todos os pontos ficam ligados a comprimento total mínimo. Exigir a ligação direta (P5,P0) faz aumentar o comprimento total da árvore 2 unidades, correspondente à substituição de (P0,P1) por (P5,P0).